

Animation basée sur la dynamique

Les systèmes de particules

Animation et Multimedia

Remerciements

à Laurent Moccozet

Ce cours est largement inspiré du cours donné à SIGGRAPH 2001

Physically based modeling

<http://www.pixar.com/companyinfo/research/pbm2001/index.html>

Animation et Multimedia

Principe

Un objet est représenté par un **nuage de primitives géométriques** qui définissent l'espace qu'il occupe plutôt que de **délimiter son contour**

Un système de particules est **dynamique** : les particules changent de forme, de couleur et de position au cours du temps

Animation et Multimedia

L'objet ainsi modélisé n'est pas déterministe
⇒ il n'a pas de forme précisément spécifiée

Sa forme évolue au cours du temps en fonction d'interactions extérieures qui sont appliquées sur les particules du système et qui en contrôle les déplacements

Animation et Multimedia

Fonctionnement global

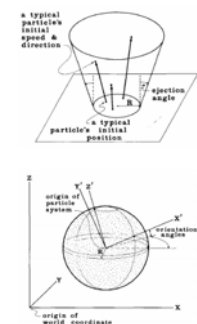
1. Génération de particules
2. Chaque particule se voit assigner un certain nombre de propriétés (attributs)
3. Toutes les particules qui ont épuisé leur durée de vie sont éliminées
4. Les particules actives sont mises à jour:
Déplacement et transformation selon les valeurs de leurs attributs dynamiques et des interactions
5. Une image du nuage de particules est rendue (nécessite la plupart du temps des algorithmes de rendu dédiés)

Animation et Multimedia

Génération

Générations de particules

- Production aléatoire
- Production contrôlée dans le temps
- Production contrôlée dans l'espace écran



Animation et Multimedia

Cycle de vie

Il existe différentes approches pour contrôler la durée de vie d'une particule

- Durée fixée arbitrairement
- Volume englobant
- Valeur d'un paramètre (transparence) en-dessous d'un seuil
- ...

Animation et Multimedia

Attributs des particules

- Position initiale
- Vitesse initiale (et direction)
- Taille initiale
- Couleur et transparence initiale
- Forme
- Durée de vie

Animation et Multimedia

Contrôle et évolution d'une particule

- La position d'une particule évolue au cours du temps sous l'influence de l'ensemble des forces qui lui sont appliquées
- A chaque moment, toutes les forces appliquées à une particule sont évaluées et cumulées
- La force globale résultante est utilisée pour déduire le déplacement de la particule en fonction de son état courant

Animation et Multimedia

Contrôle et évolution d'une particule

- La nouvelle position d'une particule est déterminée en ajoutant le vecteur de vitesse à sa position courante
- La vitesse est modifiée par les forces qui s'appliquent à la particule
- D'autres attributs de la particule peuvent varier (couleur, transparence, taille, forme)
 - De façon globale
 - De façon individualisée
 - En fonction par exemple de l'âge de la particule

Animation et Multimedia

Contrôle et évolution d'une particule

Seulement des forces externes
Pas de « moteur »

A chaque instant t une particule est caractérisée par

- Une position $x(t)$
- Une vitesse $v(t)$
- Une masse m
- Une force cumulée $f(t)$ qui agit sur la particule selon la seconde loi du mouvement de Newton $F = m a$

$$a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t) = f(t)/m$$

Animation et Multimedia

Contrôle et évolution d'une particule

- Il faut intégrer les équations différentielles pour résoudre l'équation (on connaît $a(t)$, on détermine $x(t)$ en intégrant 2 fois)
- En pratique, il n'y a pas de solution exactes et on utilise des méthodes de résolution numérique (Euler, Runge-Kuta)

$$a(t) = \ddot{x}(t) = \frac{f(t)}{m}$$

Équation différentielle du second ordre

$$\dot{v}(t) = \frac{f(t)}{m}$$

Équation différentielle du premier ordre

Animation et Multimedia

Type de forces

Force **unaire**

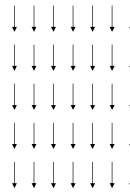
Force qui s'applique indépendamment sur **chaque** particule (gravité, amortissement, ...)

Force **binaire, n-aire**

Force résultante de l'**interaction** entre deux ou plusieurs particules

Animation et Multimedia

Force unaire - la gravité



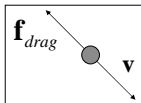
Gravité

$$\mathbf{f} = m \mathbf{g}$$

- L'intensité de la force dépend de la masse de la particule
- L'intensité de la force est constante (quelque soit la position de la particule et l'instant de l'animation)

Animation et Multimedia

Forces unaires – l'amortissement



Amortissement

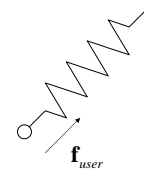
$$\mathbf{f}_{drag} = -k_a \mathbf{v}$$

- L'intensité de la force **ne** dépend **pas** de celle de la vitesse
- La force d'amortissement **s'oppose** au mouvement
- Diminue l'énergie globale du système
- Simule un amortissement visqueux

Animation et Multimedia

Forces unaires – ressort point fixe

- Force qui attire la particule vers X_0
- Fait osciller la particule autour de sa position d'origine

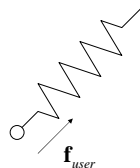


$$\mathbf{f} = -k(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$$

Animation et Multimedia

Forces unaires – ressort amorti

- Idem
- Un facteur supplémentaire ralentit le mouvement de la particule



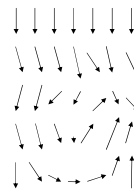
$$\mathbf{f} = -k_s \Delta \mathbf{x} - k_d (\mathbf{v} \cdot \mathbf{d}) \mathbf{d}$$

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{d} = \Delta \mathbf{x} / \|\Delta \mathbf{x}\|$$

Animation et Multimedia

Forces unaires – champ de forces



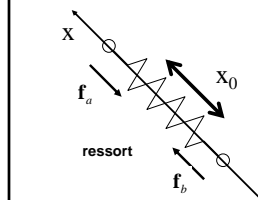
Champ de vent

$$\mathbf{f} = k \mathbf{v}_{wind}$$

- L'intensité de la force dépend de la position de la particule dans l'espace
- Vent, courant, tourbillon

Animation et Multimedia

Forces binaires - ressort



$$f_a = -k_s (\| \Delta x \| - x_0) d - k_d (\Delta v \cdot d) d$$

$$f_b = -f_a$$

avec $d = \frac{x_a - x_b}{\|x_a - x_b\|}$, x_0 longueur du ressort au repos,

k_s raideur du ressort et k_d coefficient d'amortissement.

- Crée deux forces symétriques, opposées et de même intensité
- La force est proportionnelle à l'élongation appliquée au ressort à partir de sa position au repos
- Se généralise à n-particules (forces n-aires)

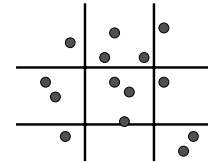
Animation et Multimedia

Forces binaires – attraction/répulsion

- Répulsion
- Attraction gravitationnelle
- On utilise des partitions de l'espace pour limiter les influences et réduire les calculs
- Se généralise à n-particules (forces n-aires)

$$f = -k_r \frac{d}{\|d\|^3}$$

$$f = \frac{m_1 m_2}{g} \frac{d}{\|d\|^3}$$



Animation et Multimedia

Contact

La gestion du contact entre une particule et un autre objet se subdivise en 2 étapes principales

- **Détection du contact** : détection de la collision entre la particule et la surface de l'objet
- **Réponse au contact** : détermination de la réponse au contact. Le contact entre la particule et l'objet va produire une force externe sur la particule qu'il faut évaluer et incorporer dans le processus de simulation de son déplacement

Animation et Multimedia

Détection de collision

En général, la collision est détectée à posteriori (lorsque la particule a déjà pénétré dans l'objet)

Il faut revenir au moment de la collision

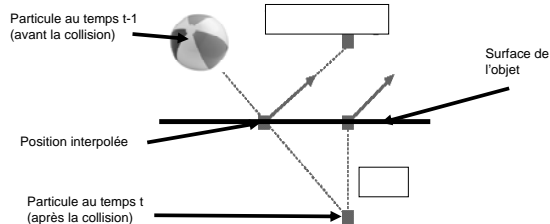
Deux approches possibles :

- Revenir en arrière ou interpolation (entre la position précédente et la position « interne »)
- Postprocess : projeter la position « interne » sur la surface de l'objet

Animation et Multimedia

Détection de collision

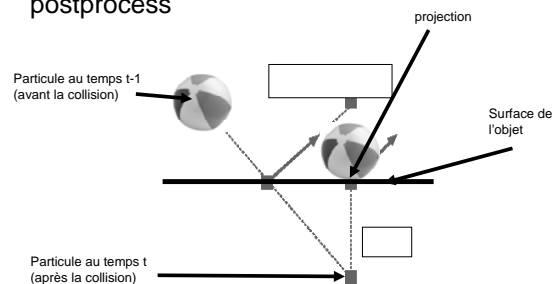
interpolation



Animation et Multimedia

Détection de collision

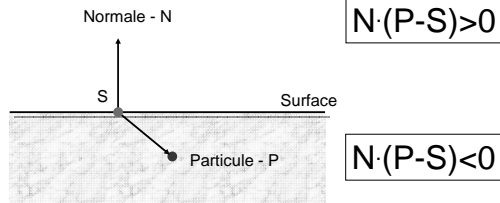
postprocess



Animation et Multimedia

Détection de collision

Test de détection de pénétration



Animation et Multimedia

Force de contact

Il faut « annuler » la partie de la force courante de la particule qui la force à pénétrer dans l'objet

S'oppose à la composante normale de la force courante

$$\mathbf{f}^c = -(\mathbf{N} \cdot \mathbf{f}) \mathbf{f} \quad \mathbf{N} \cdot \mathbf{f} < 0$$

Nulle si pas de composante normale

$$\mathbf{f}^c = 0 \quad \mathbf{N} \cdot \mathbf{f} > 0$$

Force de friction

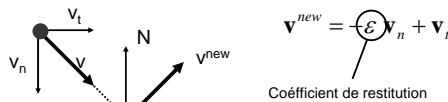
$$\mathbf{f}^f = -k_f (-\mathbf{N} \cdot \mathbf{f}) \mathbf{v}_t \quad \mathbf{N} \cdot \mathbf{f} < 0$$

Animation et Multimedia

Réponse à la collision

Test de détection de pénétration

- La vitesse se décompose en 2 composantes : vitesse **tangentielle** et vitesse **normale**
- La vitesse tangentielle reste inchangée
- La vitesse normale est inversée (son intensité est pondérée par un coefficient de restitution)



Animation et Multimedia

Méthodes de résolution numérique

Étant donnée une particule à un état donnée (position $x(t)$ et vitesse $v(t)$) à un instant t comment déterminer sa position à l'instant suivant $t + dt$: $x(t + dt)$?
(dt est appelé le pas de temps)

Sachant qu'il n'existe pas de représentation explicite de $x(t)$, évaluable pour n'importe quelle valeur de t ...

Animation et Multimedia

Méthodes de résolution numérique

On dispose seulement d'une position et d'une vitesse initiale et d'un ensemble de forces

⇒ il faut donc simuler l'action des forces sur les particules au cours du temps pour voir comment le système va évoluer.

Animation et Multimedia

Méthodes de résolution numérique

A partir des équations différentielles et d'un « point de départ » (**valeurs initiales**)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v} \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{f}(t)}{m} \quad \mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0$$

Il faut intégrer pour trouver la nouvelle position

$$\mathbf{x}(t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \dot{\mathbf{x}} dt + \mathbf{x}(t_0)$$

Animation et Multimedia

Méthodes de résolution numérique

On se ramène à une équation différentielle du premier degré:

$$\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{pmatrix} \text{ avec } \mathbf{X}(t_0) = \begin{pmatrix} x(t_0) \\ \dot{x}(t_0) \end{pmatrix} \text{ (conditions initiales)}$$

$$F(\mathbf{X}(t), t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \frac{1}{m} f(x(t), t) \end{pmatrix}$$

\mathbf{X} et F sont des vecteurs à 6 dimensions

Animation et Multimedia

Méthodes de résolution numérique

Méthode d'Euler (1^{er} ordre)

on considère $\dot{\mathbf{X}}(t) = F(\mathbf{X}(t), t)$ avec $\mathbf{X}(t_i)$

La fonction peut être approximée par la série de Taylor

$$\mathbf{X}(t_{i+1}) = \mathbf{X}(t_i + dt) = \mathbf{X}(t_i) + \dot{\mathbf{X}}(t_i) dt + O(dt^2)$$

$$\mathbf{X}(t_{i+1}) = \mathbf{X}(t_i + dt) \approx \mathbf{X}(t_i) + \dot{\mathbf{X}}(t_i) dt$$

$$\mathbf{X}(t_{i+1}) = \mathbf{X}(t_i + dt) \approx \mathbf{X}(t_i) + F(\mathbf{X}(t_i), t_i) dt$$

F, la force est supposée constante durant dt

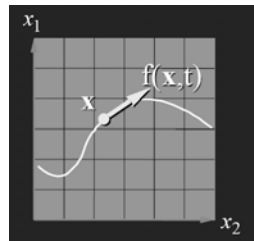
Animation et Multimedia

Méthode d'Euler - Principe

$x(t)$ est un point mobile

$f(x, t)$ est la dérivée de $x(t)$

$f(x, t)$ est la tangente à la courbe $x(t)$

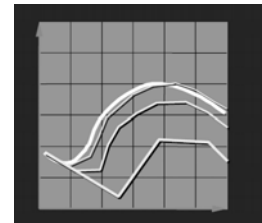


Animation et Multimedia

Méthode d'Euler

Méthode d'Euler (1^{er} ordre) consiste à construire une approximation linéaire par morceaux de la courbe de la trajectoire

Le vecteur tangente (vitesse) est ajouté à la position courante pour déterminer la position suivante



$$x(t_{i+1}) = x(t_i + dt) = x(t_i) + f(x(t_i), t_i) dt$$

ou en version simplifiée

$$x(t_i + dt) = x(t_i) + \dot{x}(t_i) dt$$

Animation et Multimedia

Méthodes de résolution numérique

Ce qui revient pour une particule à résoudre successivement deux systèmes d'équation différentielles du premier degré à 3 dimensions :

$$f(t_i) = m \cdot a(t_i)$$

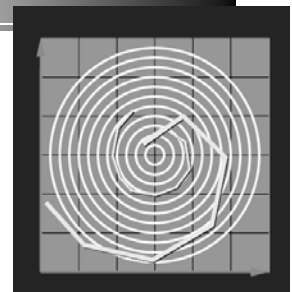
$$a(t_i) = f(t_i) / m$$

$$\begin{cases} v(t_{i+1}) = dt \cdot f(t_i) / m + v(t_i) \\ x(t_{i+1}) = dt \cdot v(t_i) + x(t_i) \end{cases}$$

Animation et Multimedia

Méthode d'Euler

- Imprécision
- Les erreurs s'accumulent
- Réduire le pas ne fait que ralentir le problème (et diminuer les performances)

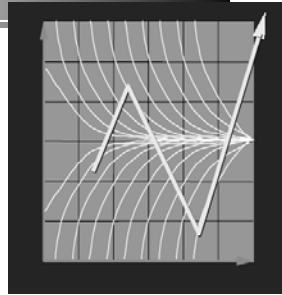


Comparaison entre une fonction f dont la solution exacte est un cercle et la résolution par Euler.

Animation et Multimedia

Méthode d'Euler

- Instabilité
- La méthode d'Euler peut diverger en fonction de la valeur du pas



Comparaison entre une fonction f dont la solution exacte est une exponentielle et la résolution par Euler.

Animation et Multimedia

Méthode d'Euler

L'erreur est de l'ordre du carré du pas de temps

⇒ si on divise le pas par 2, on diminue l'erreur par 4.

Animation et Multimedia

Méthode du point milieu

Cette méthode est une méthode du second ordre (on conserve les termes du second ordre de la série de Taylor qui approxime la fonction)

Augment la précision et le nombre de calcul

Résout une partie des problèmes de la méthode d'Euler

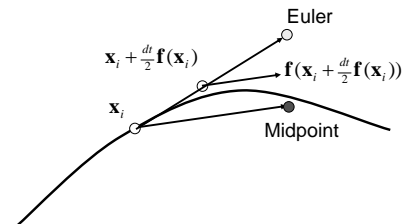
Amélioration encore possible avec des méthodes d'ordre plus grand (pe. Runge-Kutta d'ordre 4)

$$X(t_i + dt) = X(t_i) + dt \left(F(X_i) + \frac{dt}{2} F(X_i) \right)$$

Animation et Multimedia

Méthode du point milieu

Représentation géométrique de la méthode du *midpoint* :



Animation et Multimedia

Pas variable adaptif

Le choix du pas est primordial

Trop grand → augmentation des imprécisions, risque de divergence

Trop petit → temps de calculs trop long

Idéal : être capable d'adapter le pas au cours de la simulation

Animation et Multimedia

Pas variable adaptif

Choix d'une valeur de pas : Δt

Résolution d'une itération

Évaluation de l'erreur

Si l'erreur est trop grand, diminution du pas

Si l'erreur est correct, le pas est conservé ou augmenté

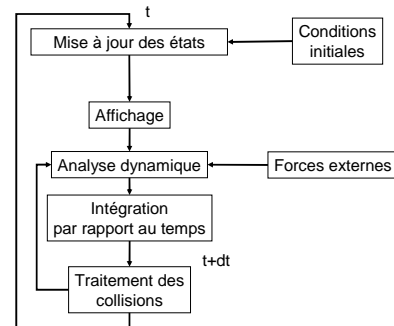
Animation et Multimedia

Pas variable adaptif

- L'erreur est estimée en appliquant l'itération avec deux méthodes de calcul
- L'erreur estimée est la différence entre les deux résultats
- Pour l'affichage de l'animation, il ne faut pas oublier qu'on a besoin des résultats à intervalles réguliers (pas de temps adaptif irrégulier)

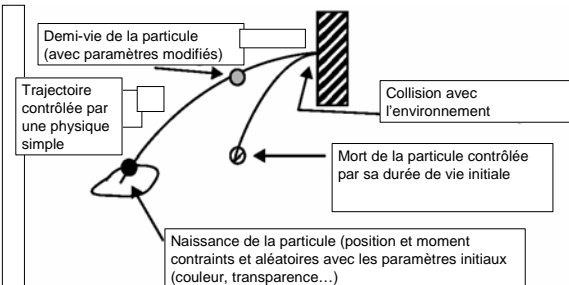
Animation et Multimedia

Boucle d'animation



Animation et Multimedia

Vie d'une particule



Animation et Multimedia

Remarques

- On dissocie le pas de résolution du système d'équations différentiel du pas d'animation
- A chaque instant t , les forces sont évaluées et cumulées pour chaque particule. Le résultat est une **force**.

Animation et Multimedia

Rendu des particules

- Chaque particule est indépendante, c'est-à-dire qu'elle n'intervient pas dans le rendu des autres particules
- La méthode de rendu consiste à utiliser des primitives simples (points ou lignes) en considérant que les particules ne réfléchissent pas la lumière ni ne jettent d'ombre.

Animation et Multimedia

Rendu des particules

Un pixel « gagne » de la couleur quand il couvre une particule (considérée comme une lumière ponctuelle).

L'intensité du gain dépend des attributs de la particule (couleur et transparence)

Animation et Multimedia

Rendu des particules

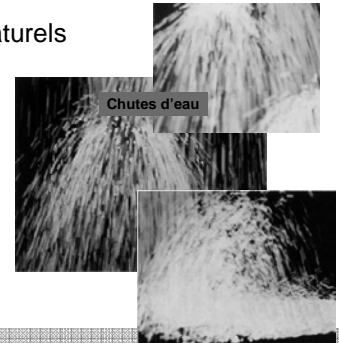
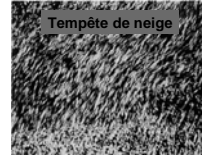
Autres techniques :

- Bitmap splatting (association d'un bitmap à une particule)
- Blobs (association d'un blob dont le squelette ponctuel est une particule)

Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

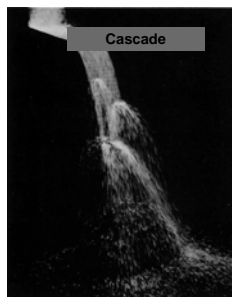
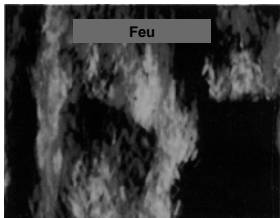
■ Phénomènes naturels



Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

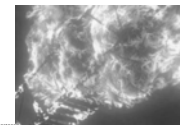
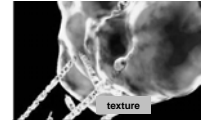
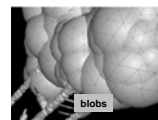
■ Phénomènes naturel



Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

■ Phénomènes naturels



Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

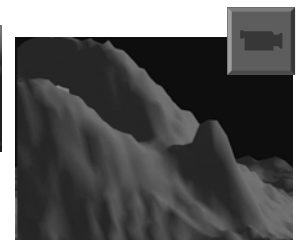
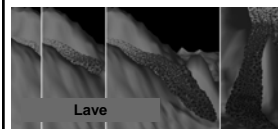
■ Phénomènes naturels



Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

■ Phénomènes naturels



Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

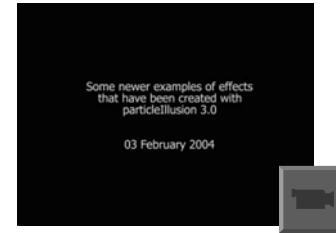
- Phénomènes naturels



Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

- D'autres exemples



Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

- Démo « live » ☺

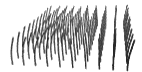


Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

- Il est possible de tracer le chemin d'une particule en connectant ses positions successives

- Utilisé pour les cheveux



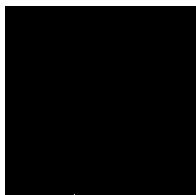
- Utilisé pour l'herbe / plante



Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

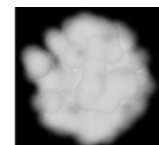
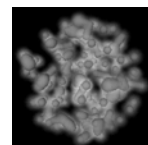
- Il est possible de tracer le chemin d'une particule en connectant ses positions successives



Animation et Multimedia

Modélisation avec système de particules

- Blobs
- Le squelette ponctuel de chaque blob est représenté sous forme d'une particule



Animation et Multimedia

Systèmes masses-ressorts

61

- Similaire aux systèmes de particules
- Particules sont structurées entre elles
- Pas de générateur, pas de durée de vie
- Les particules sont connectées entre elles par des ressorts (forces internes)
- Il est possible d'incorporer des forces dues aux interactions avec l'environnement (forces externes)

Animation et Multimedia

Systèmes masses-ressorts

62

- Systèmes à 1D
 - Tuyaux, cheveux
- Systèmes à 2D
 - Tissus, vêtements
- Systèmes à 3D
 - muscles

Animation et Multimedia